



Конкурс з математики та фізики «Школа Фізтеха 2019»

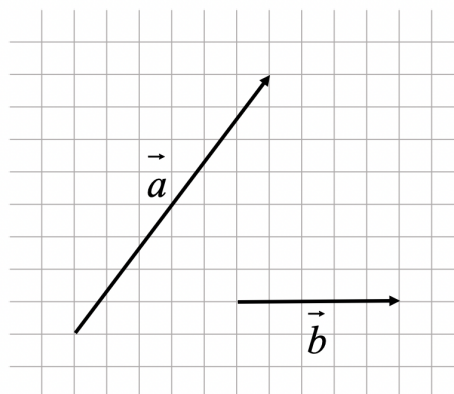
Завдання з математики

1. (2 бали) Аліса зайшла до магазину в Дивокраї та купила апельсин та 2 яблука за 11 монет. Згодом у цей магазин зайшов Чеширський Кіт. За апельсин та 3 яблука він заплатив 14 монет. Скільки коштує апельсин, а скільки – яблуко?
2. (2 бали) У трикутнику ABC BK – бісектриса, $\angle A = 60^\circ$, $\angle KBC = 30^\circ$, $AK = 5$ дм. Знайдіть периметр трикутника.
3. (3 бали) Кожен учасник офлайн-конкурсу, який набере мінімум 25 балів, отримає від репетиторського центру «Школа Фізтеху» подарунковий сертифікат на місяць навчання зі знижкою

$$\frac{(y+h)(h+y)(y+1) + yh(y+2h-2) + h^3 - (y^2 + h^2)}{0,04(y+h)^3}$$

відсотків. У цій формулі y – рік народження учасника, h – його зріст у сантиметрах. Яку знижку отримає учасник 1995 року народження, зріст якого 168 см, та який набере 30 балів?

4. (2 бали) Діагональ прямокутного монітора дорівнює 20 см, а сторони відносяться як 3:4. Обчисліть площу монітора.
5. (2 бали) Знайка вигадав геометричну прогресію зі знаменником 3 і порахував, що сума перших 5 членів дорівнює 242. Знайдіть перший член цієї прогресії.
6. (3 бали) Обчисліть косинус кута між векторами \vec{a} і \vec{b} , зображеними на рисунку.



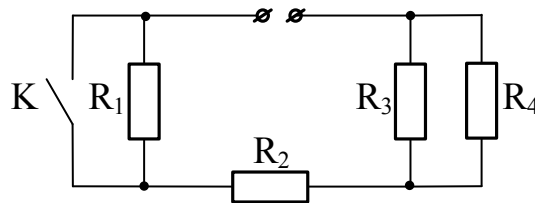
7. (3 бали) Підрахуйте:

$$\frac{\sqrt{3}(\sin 1080^\circ - 2)^3}{1 - 2\sin^2 15^\circ}$$

8. (3 бали) З точки A до площини α проведено перпендикуляр $AH = 4\sqrt{3}$. Точки B і C розташовані в площині α так, що AC – відстань від точки A до відрізка BC , $\angle CAH = 30^\circ$, $HV = 2\sqrt{13}$. Знайдіть площу трикутника ABC .
9. (10 балів) Кожен з учасників конкурсу знайомий рівно з 9 іншими учасниками, а серед будь-яких 11 учасників принаймні 2 знайомі. Якою може бути найбільша кількість учасників конкурсу?

Завдання з фізики

1. В естафеті брала участь команда «АВ», що складалася з Андрія та Валі. Андрій біг 20 хвилин зі швидкістю 0,3 км/хв, а Валя пробігла 5 км зі швидкістю $3\frac{1}{3}$ м/с.
- а) (1 бал) Хто біг довше?
 б) (1 бал) Хто подолав більшу відстань?
 в) (1 бал) Знайдіть середню швидкість команди «АВ» в естафеті.
2. Напруга на полюсах джерела живлення складає 220 В. Опори резисторів дорівнюють $R_1 = 40$ Ом, $R_2 = 120$ Ом, $R_3 = 60$ Ом, $R_4 = 20$ Ом. Знайдіть силу струму, що витікає з джерела живлення, коли ключ K
- а) (1 бал) розімкнуто;
 б) (1 бал) замкнено.



3. (3 бали) Гелікоптер застиг у повітрі, а потім почав знижуватися уздовж деякої прямої з прискоренням 15 м/с^2 . Сила тяги двигуна гелікоптера при зниженні складала $25\sqrt{5}$ кН і була спрямована горизонтально. Знайдіть масу гелікоптера. Опір повітря не враховуйте. Вважайте, що прискорення вільного падіння дорівнює 10 м/с^2 .
4. (2 бали) Під час заправки балону газом до тиску 18 МПа температура газу збільшилася до 333 К. Знайдіть тиск газу після охолодження балону до 23°C . Газ вважайте ідеальним.
5. (10 балів) Вітя нарізав із пластинки пластмаси коло та кільця однакової ширини (рис. 1), з яких став складати «пірамідки» (на рис. 2 зображено вертикальний розріз верхньої частини такої пірамідки). Пластик настільки слизький, що його можна пересувати по горизонтальній поверхні без витрат енергії. Вітя помітив, що для спорудження «триповерхової» пірамідки довелося виконати роботу A_3 . Яку роботу йому потрібно виконати, щоб збільшити кількість поверхів з 40 до 50?

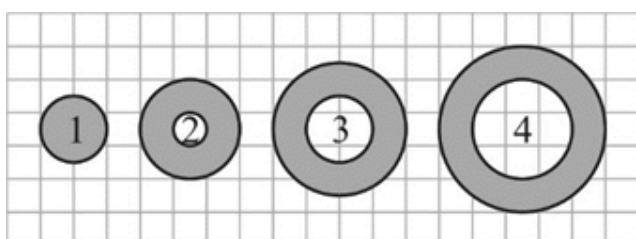


Рис. 1

Задачу запропоновано

заслуженим учителем України І.М. Гельфгатом

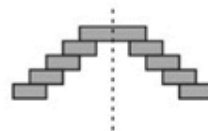


Рис. 2